

Comparaison de trois tables de mortalité prospectives de la population belge

Christian JAUMAIN, actuaire, professeur émérite de l'UCL¹

Octobre 2015

*Alas! It is delusion all:
The future cheats us from afar,*
LORD BYRON.

Introduction

En février 2015, l'Institut des actuaires en Belgique (IA|BE) a fait paraître ses « Tables de mortalité IA|BE 2015 »². L'objet du présent article est, à la suite de cette publication, de comparer trois tables de mortalité prospectives actuelles : les tables IA|BE, les tables du Bureau du Plan³ et les tables JAUMAIN^{4,5}.

*
* *

¹ Avec mes remerciements à Philippe DELFOSSE, ancien président du Groupe de travail « Mortality » de l'IABE, pour sa lecture attentive de cette contribution, ses remarques et ses suggestions. Je remercie également le professeur Katrien ANTONIO et M. Sander DEVRIENDT (KU Leuven) pour les informations complémentaires obligeamment fournies à propos de la construction des tables IA|BE.

² Le website www.iabe.be publie notamment les documents suivants :

- *Mortality Research Report* (pdf), reproduisant l'article *The IA|BE 2015 mortality projection for the Belgian population* du professeur Katrien ANTONIO (KU Leuven) *et al.*,
- *Best estimate mortality tables IA|BE 2015* (Excel),
- *Mortality tables IA|BE 2015 (parameters)* (Excel),

ainsi que l'article paru dans le *Monde de l'Assurance* d'avril 2015 :

- *IA|BE : Nouvelles tables de mortalité et leur impact sur les pensions* (pdf).

³ Voir www.plan.be/databases/database_det.php?lang=fr&ID=50

⁴ Voir www.christian-jaumain.be. La méthode de construction de ces tables de mortalité prospectives est décrite dans l'ouvrage suivant :

- Christian JAUMAIN, *Longévité : évolution et prospective. Construction de tables de mortalité*, 2^e édition, avec la collaboration de Fanny HANNECART et Sandra LAURENT, www.i6doc.com, Louvain-la-Neuve, 2008.

⁵ De quatrièmes tables, dites « tables prospectives SCHRYVERS 2015 », ne sont pas envisagées ici. Ces tables ne sont en effet qu'un hybride des tables du Bureau du Plan (voir www.tafelsschryvers.be/tables).

On ne doit jamais perdre de vue que l'élaboration de tables prospectives constitue un exercice de pure extrapolation. Cela signifie le calcul, pour des valeurs de la variable « temps » situées en dehors de la série des valeurs observées, des valeurs d'une fonction connue empiriquement ou résultant d'un modèle mathématique purement hypothétique, comme c'est le cas ici.

Si on peut prévoir la position d'une étoile, la trajectoire d'un astéroïde ou la date et la durée d'une éclipse solaire, une table de mortalité ne constitue nullement une prévision ! Il ne s'agit en effet que d'une « projection » au sens démographique du terme, c'est-à-dire d'une vision purement hypothétique de l'évolution future de la mortalité d'une population.

Il ne faudrait pas que la magie des chiffres et la sophistication des modèles éblouissent le calculateur : quelle confiance (et *a fortiori* quel intervalle de confiance ?) peut-on accorder à des quotients de mortalité projetés en 2060, voire plus loin encore dans le futur ? L'utilisateur se rend-il toujours bien compte qu'une table de mortalité prospective qui prétend chiffrer en 2015 l'espérance de vie d'un nouveau-né de 2060 s'appuie sur la valeur, attribuée en 2015, des 120 quotients hypothétiques de mortalité suivants :

- celui d'une personne âgée de 0 an en 2060,
- celui d'une personne âgée de 1 an en 2061,
- ...
- celui d'une personne âgée de 60 ans en 2120,
- et ainsi de suite jusqu'à celui d'une personne âgée de 119 ans en 2179 !? (On suppose que la probabilité de survie à 120 ans est nulle).

Alors que l'actuaire devrait mettre systématiquement en garde contre la méprise d'attribuer aux tables de mortalité des certitudes illusoire, un article d'inspiration actuarielle comme *IA/BE : Nouvelles tables de mortalité et leur impact sur les pensions* donnera peut-être au lecteur moins averti l'impression que les espérances de vie fournissent une information probable, sinon certaine.

Un minimum de sens de la mesure et de la réalité s'impose : les tables de mortalité prospectives, comme d'ailleurs les tables de mortalité stationnaires, ne fournissent pas des prévisions mais simplement des éventualités, dont on ne peut même pas assurer qu'elles sont les plus probables !

*
* *

Les tables du Bureau du Plan sont publiées en âges révolus alors que les tables IA/BE et les tables JAUMAIN sont publiées en âges exacts⁶. Après conversion des chiffres des tables du Bureau du Plan, tous les résultats qui suivent sont fournis en âges exacts⁷.

⁶ La démographie distingue les âges suivants :

- l'*âge exact* mesure la durée précise écoulée depuis la naissance et varie donc à tout moment. Il s'exprime en années, mois et jours ou en dixièmes et centièmes d'années. Sauf mention contraire, les âges exacts envisagés ici sont les âges exacts entiers.
- l'*âge révolu* est l'âge au dernier anniversaire, c'est-à-dire le nombre entier d'années vécues par la personne à un moment donné. L'âge révolu le 3 janvier 2012 d'une personne née le 3 septembre 1939 est 72 ans et son âge exact est 72 ans et 4 mois.

⁷ La méthode de conversion est décrite dans l'article suivant :

- Christian JAUMAIN et Christophe VANDESCHRIK, *Table de mortalité : des âges révolus aux âges exacts*, 2012, website du SPF Economie : http://statbel.fgov.be/fr/modules/digilib/population/1696_table_de_mortalite_des_ages_revolus_aux_ages_exacts_.jsp

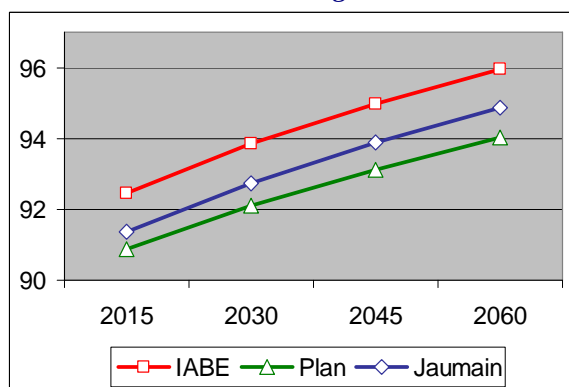
1. Espérances de vie prospectives

Les tableaux 1 et 2, illustrés par les graphiques 1 à 4, comparent, selon les trois tables, les espérances de vie prospectives des femmes et des hommes âgés de 0 ou 65 ans en 2015, 2030 ou 2060.

Tableau 1. Espérance de vie prospective – âge 0 an

année	FEMMES			HOMMES		
	IA BE	Plan	JAUMAIN	IA BE	Plan	JAUMAIN
2015	92,5	90,9	91,4	88,4	89,0	86,2
2030	93,8	92,1	92,7	90,1	90,6	87,7
2060	95,9	94,0	94,9	92,6	92,8	90,2

Graphique 1. Espérance de vie prospective FEMMES – âge 0 an



Graphique 2. Espérance de vie prospective HOMMES – âge 0 an

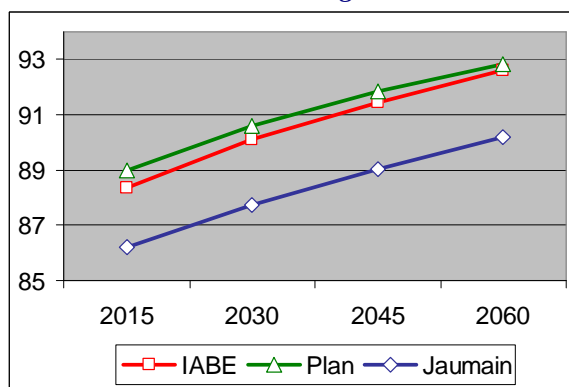
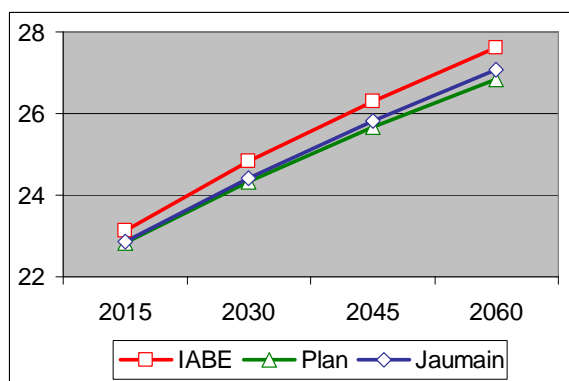


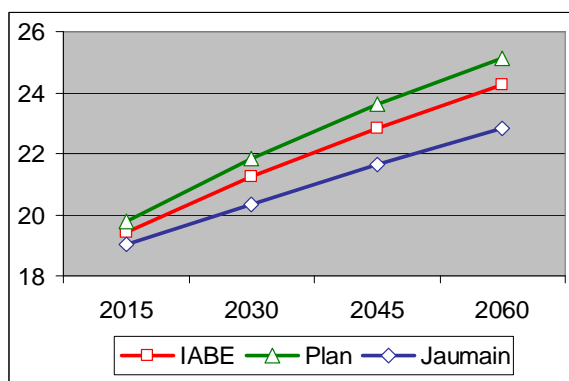
Tableau 2. Espérance de vie prospective – âge 65 ans

année	FEMMES			HOMMES		
	IA BE	Plan	JAUMAIN	IA BE	Plan	JAUMAIN
2015	23,1	22,9	22,9	19,4	19,8	18,9
2030	24,8	24,3	24,4	21,2	21,9	20,3
2060	27,6	26,8	27,1	24,3	25,1	22,9

Graphique 3. Espérance de vie prospective FEMMES – âge 65 ans



Graphique 4. Espérance de vie prospective HOMMES – âge 65 ans



Commentaires

1) Pour l'espérance de vie prospective à la naissance, les écarts entre les trois tables sont peu importants. Pour les femmes, les tables IA|BE sont légèrement plus optimistes que les tables du Bureau du Plan, l'écart ne dépassant pas 2 ans (c.-à-d. un écart relatif limité à 2%). Les tables JAUMAIN occupent une position intermédiaire. Pour les hommes, les tables JAUMAIN sont les moins optimistes, l'écart étant inférieur à 3 ans (écart relatif = 3%) par rapport aux deux autres, qui fournissent des résultats voisins.

2) Pour l'espérance de vie à 65 ans, les trois tables fournissent des résultats très proches pour les femmes. Pour les hommes, les écarts relatifs sont plus importants (5 à 10%). Les tables du Bureau du Plan sont plus optimistes que les tables JAUMAIN, les tables IA|BE occupant une position intermédiaire.

3) En résumé :

- pour les femmes, les écarts entre les trois tables sont peu importants. Les tables IA|BE sont les plus optimistes et les tables du Bureau du Plan les moins optimistes, les tables JAUMAIN occupant une position intermédiaire.
- pour les hommes, les écarts peuvent être plus importants entre les tables JAUMAIN et les deux autres tables, qui sont assez voisines. Les tables du Bureau du Plan sont les plus optimistes et les tables JAUMAIN les moins optimistes. L'explication de ces écarts est fournie ci-après (voir par.3).

2. Origine et période d'observation des données

- Les trois tables s'appuient sur des observations effectuées durant plusieurs décennies et jusqu'à l'année 2013⁸.
- Les tables IA|BE se basent sur une période d'observation qui, arbitrairement ou faute de données antérieures, débute en 1970. Contrairement aux autres tables, elles ne s'appuient pas directement sur les tables publiées par Statbel (ex-INS) mais sur des tables de divers pays (de l'Europe du Nord et du Centre⁹) pour conduire à une table multinationale, à laquelle un « correctif belge » est ensuite appliqué¹⁰.
- Les tables du Bureau du Plan se basent sur une période d'observation qui débute arbitrairement en 1991.
- Les tables JAUMAIN se basent sur la période d'observation 1959-2013 qui, contrairement à celle des autres tables, s'écarte de l'arbitraire en faisant l'objet d'une validation statistique¹¹ illustrée par les graphiques suivants, où les tables INS 1959-63 marquent une charnière manifeste dans l'évolution des quotients de mortalité jusqu'à 50 ans environ. Au demeurant, une période d'observation doit être suffisamment longue pour refléter les tendances structurelles.

⁸ Entretemps, Statbel (ex-INS) a publié, en août 2015, ses tables de mortalité 2014. Sur la base de ces dernières, les tables prospectives JAUMAIN ont été aussitôt mises à jour (voir www.christian-jaumain.be).

⁹ Belgique, Pays-Bas, Luxembourg, Norvège, Suisse, Autriche, Irlande, Suède, Danemark, Allemagne de l'Ouest (sic), Finlande, Islande, Angleterre & Pays de Galles et France. Ces pays ont été sélectionnés sur la base de leur Produit Intérieur Brut, dont le lien avec la mortalité belge n'est pas établi.

¹⁰ Cette méthode suppose que les différences de mortalité entre les pays concernés s'effaceront à long terme. Cette hypothèse est contredite par les faits comme le montre le tableau ci-après, qui fait apparaître un accroissement des différences de mortalité entre la France et la Belgique durant les 30 dernières années.

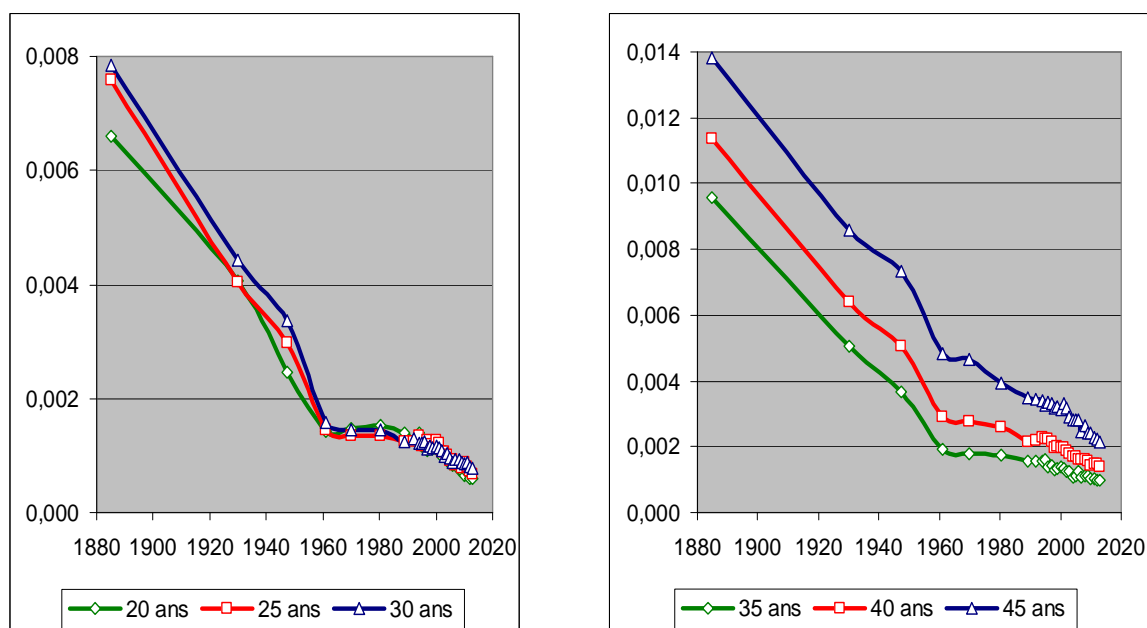
Tableau 3. Espérance de vie à 0 an révolu

période	FEMMES			HOMMES		
	France	Belgique	écart	France	Belgique	écart
1979-82	78,30	77,33	0,96	70,13	70,66	-0,52
1994-96	81,76	80,00	1,76	73,62	73,67	-0,06
2011-13	84,78	82,34	2,44	78,25	77,50	0,74

Sources. Belgique : Statbel ; France : www.ined.fr/fichier/s_rubrique/193/irsocsd2013_t68_fm1.fr.xls

¹¹ par les actuaires Fanny HANNECART et Sandra LAURENT, *op.cit.*, qui ont mis ici en pratique la formation reçue du professeur Michel DENUIT (UCL).

Graphiques 5. Evolution des quotients de mortalité observés de 1885 à 2013 (Hommes)



3. Explication des écarts entre les tables

Le tableau 4 reprend les chiffres des tableaux 1 et 2 relatifs aux hommes. Il mentionne la période d'observation et ajoute une colonne « JAUMAIN 1994-2013 ». Nous allons comparer cette colonne à la colonne « Plan 1991-2013 » qui recouvre à peu près la même période d'observation.

Tableau 4. Influence de la période d'observation sur l'espérance de vie prospective (Hommes)

année	Espérance de vie Hommes d'âge 0 an				Espérance de vie Hommes d'âge 65 ans			
	IA BE 1970-2013	Plan 1991-2013	JAUMAIN 1994-2013	JAUMAIN 1959-2013	IA BE 1970-2013	Plan 1991-2013	JAUMAIN 1994-2013	JAUMAIN 1959-2013
2015	88,4	89,0	88,6	86,2	19,4	19,8	19,7	18,9
2030	90,1	90,6	90,1	87,7	21,2	21,9	21,8	20,3
2060	92,6	92,8	92,3	90,2	24,3	25,1	25,0	22,9

On observe une différence significative entre les tables « JAUMAIN 1994-2013 » et « JAUMAIN 1959-2013 ». Cette différence, qui montre l'effet du choix de la période d'observation des données, s'explique par l'accélération de la diminution de la mortalité masculine durant la période 1994-2013.

On observe également une forte proximité entre les tables « JAUMAIN 1994-2013 » et les tables du Bureau du Plan (1991-2013).

Ainsi, les tables JAUMAIN, dont le modèle est pourtant beaucoup moins sophistiqué que celui des autres tables¹² conduisent, lorsqu'elles se basent sur la même période d'observation, pratiquement aux

¹² Comparées aux autres tables, les tables IA|BE sont particulièrement sophistiquées. Elles font appel à deux modèles mathématiques selon que l'âge est inférieur ou supérieur à 90 ans. Le premier modèle est double, puisqu'il s'agit de modéliser la mortalité multinationale ainsi que le « correctif belge » qui lui est appliqué (voir par.2). Ce premier modèle nécessite quatre fois plus de paramètres que celui des autres tables. Du point de vue théorique, cette sophistication peut présenter un intérêt. Du point de vue pratique, il en résulte pour le calculateur une charge beaucoup plus lourde, pour un bénéfice illusoire puisque les résultats sont voisins de ceux des autres tables.

Le calcul des paramètres est un peu plus compliqué dans le modèle des tables du Bureau du Plan que dans celui du modèle des tables JAUMAIN.

mêmes résultats que les tables du Bureau du Plan¹³. Soulignons toutefois que le choix de l'année d'origine des périodes d'observation retenues respectivement par l'IA|BE et le Bureau du Plan demeure discutable, voire très discutable.

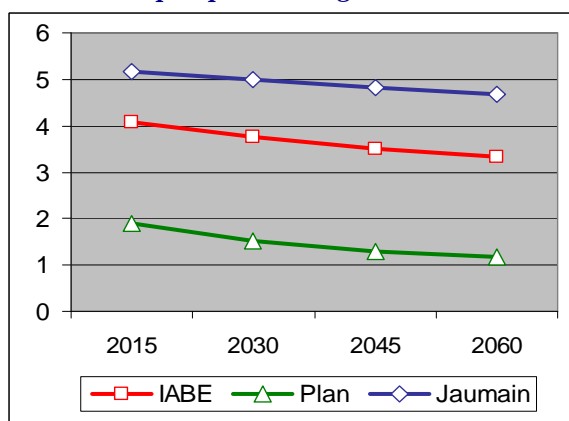
4. Ecart d'espérance de vie prospective entre les femmes et les hommes

Le tableau 5, illustré par les graphiques 6 et 7, montre l'évolution de l'écart d'espérance de vie prospective entre les femmes et les hommes.

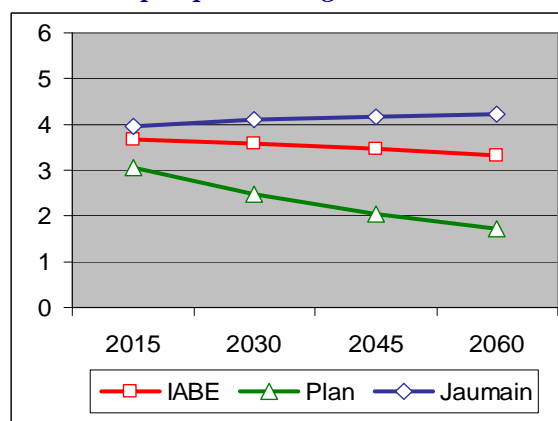
Tableau 5. Ecart d'espérance de vie prospective entre femmes et hommes

année	âge 0 an			âge 65 ans		
	IA BE	Plan	JAUMAIN	IA BE	Plan	JAUMAIN
2015	4,1	1,9	5,2	3,7	3,1	4,0
2030	3,8	1,5	5,0	3,6	2,5	4,1
2060	3,3	1,2	4,7	3,3	1,7	4,2

Graphique 6. Ecart d'espérance de vie prospective – âge 0 an



Graphique 7. Ecart d'espérance de vie prospective – âge 65 ans



Le Bureau du Plan parie sur une forte atténuation de l'écart d'espérance de vie entre les femmes et les hommes. A la naissance, cet écart serait même déjà très faible : alors que les tables de Statbel (ex-INS) indiquent un écart de 5 ans en 2013, les tables prospectives du Bureau du Plan donnent un écart de 1,9 an en 2015, qui passe progressivement à 1,1 an en 2060. A 65 ans, l'écart passe progressivement de 3 ans en 2015 à moins de 2 ans en 2060. Cette prétendue « convergence »¹⁴ entre mortalité féminine et masculine est très discutable, mais elle ne manquera pas de conforter les idéologues de la fameuse « théorie du genre » et, en particulier, les adeptes de tarifs unisexes en assurances.

Par contre, selon les tables IA|BE et les tables JAUMAIN, l'écart d'espérance de vie entre les femmes et les hommes ne s'écartera pas sensiblement de son niveau actuel (4 ou 5 ans à la naissance ; environ 4 ans à l'âge de 65 ans).

¹³ On pourrait conclure ici avec Philippe DELFOSSE lorsqu'il affirme, non sans humour :

1) Sauf si les modélisations sont aberrantes, les résultats dépendent en premier ordre de l'historique retenu pour fixer les paramètres.

2) Une sophistication élevée n'est pas nécessairement synonyme de pertinence accrue. Autrement dit : « pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué » ?

¹⁴ Voir Bureau du Plan : www.plan.be/admin/uploaded/201503170937470.FORPOP1460_10926_150310_F.pdf

5. Synthèse sous forme de tableau comparatif et conclusion

Tables	IA BE	Bureau du Plan	JAUMAIN
Âge de référence	exact	révolu	exact
Degré de sophistication	très élevé	moins élevé	peu élevé
Période d'observation	1970-2013	1991-2013	1959-2013
Validation statistique de la période d'observation	non	non	oui
Origine belge	non	oui	oui
Fréquence de mise à jour	indéterminée	annuelle	annuelle

Les trois tables de mortalité prospectives fournissent des résultats assez voisins, ce qui constitue peut-être un témoignage réciproque de la pertinence des modèles utilisés, mais non des résultats eux-mêmes qui, rappelons-le, ne sont qu'une simple éventualité. Les écarts entre les tables s'expliquent par le choix de périodes d'observation différentes^{15,16}.

Le présent article ne saurait être regardé comme une critique de la méthode du professeur ANTONIO *et alia*, telle qu'exposée dans l'article *The IA|BE 2015 mortality projection for the Belgian population*, dont l'intérêt théorique est manifeste.

Par contre, l'adoption des « tables de mortalité IA|BE 2015 » à des fins pratiques suscite des réserves, particulièrement pour des applications concernant la population belge dans son ensemble, comme la problématique des pensions (limitée au premier pilier), la capitalisation des dommages en droit commun ou encore la conversion de l'usufruit en droit civil :

- les incertitudes entourant leur mise à jour ;
- leur période d'observation, dont l'année d'origine est discutable ;
- leur origine étrangère puisqu'il s'agit de tables multinationales affectées d'un « correctif belge » qui s'appuie sur l'hypothèse de la convergence des mortalités respectives des divers pays, alors que cette hypothèse est contredite par les faits ;
- leur sophistication très élevée, avec les conséquences qui en résultent pour leur coût. On demeure impressionné par les moyens considérables mis en œuvre, pour un bénéfice illusoire puisque les résultats sont voisins de ceux des autres tables.

Ces tables n'ont pas le monopole du calcul d'intervalles de confiance dont on peut d'ailleurs douter de l'utilité s'agissant de variables aussi divinatoires que des quotients de mortalité prospectifs à long terme. Enfin, on perçoit mal le lien spécifique qu'auraient ces tables avec la problématique des pensions en Belgique, contrairement à ce que suggère l'article *"IA|BE : nouvelles tables de mortalité et leur impact sur les pensions"*.

Pour des applications concernant des populations spécifiques, comme par exemple la population assurée, les tables IA|BE sont inappropriées. C'est d'ailleurs le cas pour les trois tables envisagées ici¹⁷.

¹⁵ Contrairement au millésime d'un bon vin, le millésime 2015 attaché aux « Tables de mortalité IA|BE 2015 », n'indique pas l'année de la récolte (des données). S'agissant de tables prospectives, la référence à la base, c'est-à-dire à la période d'observation des données (1970-2013), serait irréprochable. Les tables JAUMAIN de base 1959-2014 récemment mises à jour (et disponibles sur www.christian-jaumain.be) sont plus actuelles que les tables IA|BE 2015 !

¹⁶ L'article *IA|BE : Nouvelles tables de mortalité et leur impact sur les pensions* déjà cité pose à l'IA|BE la question « Comment expliquez-vous l'écart entre les tables IA|BE et les tables Bureau du Plan ? » La réponse passe sous silence la principale raison de cet écart, d'ailleurs peu important, à savoir la différence de période d'observation.

¹⁷ Par conséquent, donner à croire que ces tables peuvent servir dans le cadre de la réforme Solvabilité II imposée aux assureurs équivaut à une contre-vérité.

Quant aux tables prospectives du Bureau du Plan, l'année d'origine de leur période d'observation est très contestable. Il en résulte qu'elles anticipent une « convergence » discutable entre mortalité féminine et masculine. Comme les tables JAUMAIN, les tables du Bureau du Plan se basent sur les tables publiées par Statbel (ex-INS) et elles sont mises à jour annuellement.

Il suffirait donc que les tables du Bureau du Plan adoptent une période d'observation plus judicieuse pour – tout comme les tables JAUMAIN – mieux convenir à des applications pratiques concernant la population belge dans son ensemble, particulièrement la problématique des pensions.

ANNEXE

Description des tables IA|BE

Curieusement, l'IA|BE ne communique sur son website ni les espérances de vie prospectives, ni même la valeur de certains paramètres indispensables au calcul des quotients de mortalité prospectifs. Ces constatations sont explicitées dans les paragraphes suivants, qui intéresseront plus particulièrement les actuaires et les démographes.

1. Tables de mortalité stationnaires

Le document *Best estimate mortality tables IA|BE 2015* se borne à fournir les quotients de mortalité prospectifs ci-après.

Tableau 6. Quotients de mortalité stationnaires

âge	2014	2015	...	2060
0	$q_{0,2014}$	$q_{0,2015}$		$q_{0,2060}$
1	$q_{1,2014}$	$q_{1,2015}$		$q_{1,2060}$
...
120	$q_{120,2014}$	$q_{120,2015}$		$q_{120,2060}$

Les colonnes de ce tableau ne sont que les tables de mortalité *stationnaires* attachées respectivement aux millésimes 2014, 2015, ..., 2060. De chaque colonne de ce tableau, on peut déduire les espérances de vie stationnaires attachées respectivement aux millésimes 2014, 2015, ..., 2060 :

Tableau 7. Espérances de vie stationnaires

âge	2014	2015	...	2060
0	$e_{0,2014}$	$e_{0,2015}$		$e_{0,2060}$
1	$e_{1,2014}$	$e_{1,2015}$		$e_{1,2060}$
...
120	$e_{120,2014}$	$e_{120,2015}$		$e_{120,2060}$

Ces espérances de vie stationnaires sont hybrides : elles supposent que la mortalité n'évoluera plus au cours des années qui suivent le millésime de référence. Leur « prospectivité » est bloquée à partir de cette année. Leur intérêt est donc très réduit.

2. Tables de mortalité prospectives

2.1. En pratique, par exemple dans le calcul du capital constitutif d'une rente viagère, notamment dans la capitalisation des dommages et intérêts en droit commun ou encore dans la conversion de l'usufruit en droit civil, on peut être amené à utiliser des tables de mortalité *prospectives*. Le tableau ci-après indique les quotients de mortalité nécessaires au calcul des espérances de vie attachées au millésime 2014.

Tableau 8. Calcul des espérances de vie prospectives attachées au millésime 2014

espérance de vie / âge	$e_{0,2014}$	$e_{1,2014}$	$e_{2,2014}$...	$e_{119,2014}$	$e_{120,2014}$
0	$q_{0,2014}$					
1	$q_{1,2015}$	$q_{1,2014}$				
2	$q_{2,2016}$	$q_{2,2015}$	$q_{2,2014}$			
...		
119	$q_{119,2133}$	$q_{119,2132}$	$q_{119,2131}$...	$q_{119,2014}$	
120	$q_{120,2134}$	$q_{120,2133}$	$q_{120,2132}$...	$q_{120,2015}$	$q_{120,2014}$

L'IA|BE ne communiquant pas tous les quotients de mortalité nécessaires, le lecteur se trouve dans l'obligation de les calculer. A cet effet, il pourra procéder comme indiqué dans les paragraphes suivants.

2.2. Pour $x \leq 90$, les quotients de mortalité $q_{x,t}$ du document *Best estimate mortality tables IA/BE 2015* peuvent être calculés directement par la formule :

$$q_{x,t} = 1 - \text{EXP}(-\text{EXP}(A_x + B_x * K_t + \alpha_x + \beta_x * k_t))$$

où :

$$K_t = K_{2014} + \Theta * (t - 2014)$$

et :

$$k_t = k_{2014} * \alpha^{(t-2014)}$$

avec $t \geq 2014$. Les paramètres A_x , B_x , α_x , β_x , Θ et α sont fournis par le document *Mortality tables IA/BE 2015 (parameters)*. Par contre, l'IA|BE ne communique pas les valeurs K_{2014} et k_{2014} . Le lecteur se voit donc dans l'obligation d'effectuer lui-même des calculs pour obtenir $K_{2014} = -50,218698$ et $k_{2014} = -0,157761$ (Femmes) ou $K_{2014} = -56,544043$ et $k_{2014} = 1,514139$ (Hommes). Il devient alors possible de calculer les colonnes :

$$\begin{array}{c} q_{0,t} \\ q_{1,t+1} \\ \dots \\ q_{90,t+90} \end{array}$$

pour $t=2014, 2015, \dots, 2060$ mais limitées à $x = 90$. Il reste par conséquent à calculer les colonnes correspondant à $x > 90$:

$$\begin{array}{c} q_{91,t+91} \\ q_{92,t+92} \\ \dots \\ q_{120,t+120} \end{array}$$

2.3. Pour $x > 90$, la tâche du lecteur serait à nouveau facilitée si l'IA|BE fournissait, outre la description précise du modèle, la valeur des paramètres utilisés. Faute de ces données indispensables, le lecteur peut tenter, à partir des valeurs des $q_{x,t}$ communiquées dans le tableau 1 du paragraphe 2, d'en effectuer un ajustement.

Dans le document *Best estimate mortality tables IA/BE 2015*, on observe que, quel que soit le millésime t compris entre 2014 et 2060 :

$$\begin{array}{l} q_{108,t} \approx 0,523 \\ q_{120,t} \approx 0,615 \end{array}$$

En utilisant le modèle :

$$\text{LN}(q_{x,t} / p_{x,t}) = a_x * t^2 + b_x * t + c_x$$

soit :

$$q_{x,t} = \frac{\text{EXP}(a_x * t^2 + b_x * t + c_x)}{1 + \text{EXP}(a_x * t^2 + b_x * t + c_x)}$$

où les coefficients a_x , b_x , c_x sont calculés à partir des valeurs connues de $q_{90,t}$, des valeurs $q_{108,t} \approx 0,523$ et des valeurs $q_{120,t} \approx 0,615$, on retrouve avec une précision excellente les résultats fournis par le document *Best estimate mortality tables IA/BE 2015* (l'écart moyen est inférieur à 1%).

En faisant l'hypothèse que les approximations $q_{108,t} \approx 0,523$ et $q_{120,t} \approx 0,615$ restent valables lorsque $t > 2060$, on peut alors calculer les colonnes :

$$\begin{array}{c} q_{0,t} \\ q_{1,t+1} \\ \dots \\ q_{120,t+120} \end{array}$$

pour $t = 2014, 2015, \dots, 2060$.